三、经典与量子理想气作为应用模型

逻辑上来说，求解实际上就是求 **能谱** （energy spectral），将能谱代入系综的概率分布律，积分或求和以求对应系综的 **配分函数**，自然就可以

- 直接用 **配分函数** 表出热力学量（以及热力学量之间的关系）
- 先用配分函数表出 **热力学势** $S = -k_B \ln \Omega(E, V, N), \quad F = -k_B T \ln Z(T, V, N), \quad \Phi_G = -k_B T \ln \mathcal{Z}(T, V, \mu)$ 然后用 **热力学势的偏导** 表出热力学量（以及热力学量之间的关系）

真正比较Tricky的部分是如何由 **单粒子能谱** 获得 **系统的能谱**，但在实际操作过程中，我们不需要具体求解完整的系统能谱，**而只需要获得系统的配分函数** 即可求解所有热力学量；并且，系统的配分函数往往可以由单粒子的配分函数求得，所以实际操作的任务链是：

- 获得单粒子能谱 $\{E_s\}$
- 用单粒子能谱在合适系综中求单粒子配分函数 Z_1
- 借助单粒子配分函数和系统配分函数之间的联系，求系统配分函数 Z

不过更exam-oriented一些，我们也可以直接记住以下结论：

- 经典粒子系统，在正则系综下考虑
  - 系统配分函数满足 $Z_N = \frac{1}{N}(Z_1)^N$
  - 单粒子的正则配分函数 $Z_1 = \sum_k e^{-\beta\epsilon_k}$
- 量子波色子（波色-爱因斯坦统计），在巨正则系综下考虑
  - 系统巨正则配分函数 $\ln \mathcal{Z} = -\ln \sum_k \ln(1 - e^{-\beta(\epsilon_k - \mu)})$
- 量子费米子（费米-狄拉克统计），在巨正则系综下考虑
  - 系统巨正则配分函数 $\ln \mathcal{Z} = +\ln \sum_k \ln(1 + e^{-\beta(\epsilon_k - \mu)})$